

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 2005/2006  
*First Semester Examination*  
*2005/2006 Academic Session*

November 2005  
*November 2005*

**ESA 201/3 – Proses Rawak Kejuruteraan**  
*Random Process in Engineering*

Masa : 3 jam  
*Duration : 3 hours*

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEMBILAN (9) mukasurat dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

*Please ensure that this paper contains NINE (9) printed pages and SIX (6) questions before you begin examination.*

**Arahan :** Jawab **LIMA** soalan. Semua soalan membawa jumlah markah yang sama.

**Instructions :** Answer **FIVE** questions only. All questions carry the same marks.

1. (a) Jika  $q(x,y)$  ialah fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi dua pembolehubah rawak diskrit  $X$  dan  $Y$ , berikan takrifan yang berikut:

*If  $q(x,y)$  is a joint probability density function of a discrete random variables  $X$  and  $Y$ , please define the following:*

- (i) fungsi marginal bagi  $X$  dan fungsi marginal bagi  $Y$ ;

*the marginal probability function of  $X$  and the marginal probability function of  $Y$ ;*

- (ii) fungsi kebarangkalian bersyarat  $Y$  diberi  $X$ .

*the conditional probability function of  $Y$  given  $X$ .*

**(6 markah/marks)**

- (b) Dalam kajian sistem penerbangan pesawat, penentuan kedudukan masa dan kelajuan angin pada sesuatu masa dan tempat penerbangan dilakukan adalah amat penting. Katakan daripada pengalaman yang lalu, dua jenis data bagi pengukuran keamatan ketinggian angin diukur dalam masa 4 hari mengikut kelajuan angin melebihi 250 km per jam. Katakan  $X$  ialah pembolehubah rawak bagi pengukuran keamatan ketinggian angin yang diukur secara tepat pada empat hari tersebut dan  $Y$  ialah pembolehubah rawak bagi pengukuran keamatan ketinggian angin yang diukur kurang tepat pada empat hari itu. Fungsi kebarangkalian bercantum bagi  $X$  dan  $Y$  diberi seperti yang berikut:

*In the study of an aircraft flight system, the determination of the time position of the flight and high-intensity winds occur in a particular area are very important. Let that from the past experience, there are two types of data to measure the high-intensity winds during the 4 days and critical winds velocities more than 250 km per hour. Let  $X$  is a random variable for precisely accurately measured number of days with such high- intensity winds and  $Y$  is a random variable for less accurately measured number of days with such high- intensity winds. The joint probability function of  $X$  and  $Y$  are given:*

	$Y=0$	$Y=1$	$Y=2$	$Y=3$
$X=0$	0.07	0.05	0.02	0.01
$X=1$	0.05	0.16	0.12	0.02
$X=2$	0.02	0.12	0.17	0.05
$X=3$	0.01	0.01	0.05	0.07

Tentukan:

*Determine:*

- (i) Fungsi marginal bagi  $X$  dan fungsi marginal bagi  $Y$ ;

*Marginal function of  $X$  and Marginal function of  $Y$ :*

- (ii) Min dan varians bagi  $X$  dan min dan varians bagi  $Y$ ;

*Mean and variance of  $X$  and mean and variance of  $Y$ :*

- (iii) Katakan  $A$  ialah peristiwa pengukuran keamanan ketinggian angin yang diukur secara tepat dan kurang tepat pada hari yang sama, apakah kebarangkalian peristiwa  $A$  berlaku?

*Let  $A$  be the event that the precisely accurately and the less accurately measured with such high- intensity winds in the same day, what is the probability of  $A$ ?*

- (iv) Fungsi kebarangkalian bersyarat  $Y$  diberi  $X=1$ ; dan

*Conditional probability function of  $Y$  given  $X = 1$  ; and*

- (v) Fungsi kebarangkalian bersyarat  $X$  diberi  $Y$  berlaku sekurang-kurangnya sekali.

*Conditional probability function of  $X$  given that  $Y$  is occur at least once.*

**(14 markah/marks)**

2. (a) Jika  $g(x,y)$  ialah fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi dua pembolehubah rawak selangar  $X$  dan  $Y$ , nyatakan dua syarat supaya  $g(x,y)$  itu merupakan benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi  $X$  dan  $Y$ .

*If  $g(x,y)$  is a joint probability density function of two continuous random variables  $X$  and  $Y$ , please state two conditions that  $g(x,y)$  is a truly joint probability density function.*

**(6 markah/marks)**

- (b) Satu kajian selang tempoh ribut dan keamatan ribut berlaku di angkasa dijalankan oleh sekumpulan penyelidik dari Pusat Pengajian Kejuruteraan Aeroangkasa bagi memastikan keadaan di angkasa itu selamat semasa roket hendak dilancarkan. Katakan  $X$  ialah pembolehubah rawak selang tempoh ribut berlaku dan  $Y$  ialah pembolehubah rawak keamatan ribut yang ditakrifkan sebagai purata kadar lebat hujan. Fungsi kebarangkalian bercantum  $X$  dan  $Y$  itu diberi seperti yang berikut:

$$f(x,y) = \begin{cases} k \exp(-(3x + 5y)) & , \quad x, y > 0 \\ 0 & , \quad \text{nilai-nilai lain} \end{cases}$$

*A study for the duration interval and the high- intensity of the storm occur in space has been done by a group of researcher from School of Aerospace Engineering. The study is to make sure that the space condition is very safety for the launch of rocket.*

*Let  $X$  is a random variable of the duration interval of the storm occur and  $Y$  is a random variable of a high-intensity of the storm which is defined as the average rainfall rate. The joint probability function of  $X$  and  $Y$  is given as follows:*

$$f(x,y) = \begin{cases} k \exp(-(3x + 5y)) & , \quad x, y > 0 \\ 0 & , \quad \text{nilai-nilai lain} \end{cases}$$

dengan  $k$  adalah sebarang nilai malar.

*where  $k$  is a constant.*

- (i) Dapatkan nilai  $k$  supaya  $f(x,y)$  itu benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum  $X$  dan  $Y$ ;

*Find the value of  $k$  if  $f(x,y)$  is a truly joint probability density function of  $X$  and  $Y$ ;*

- (ii) Tentukan min dan sisihan piawai bagi **selang tempoh ribut** yang berlaku di angkasa;

*Find the mean and standard deviation of the storm duration interval in space;*

- (iii) Jelaskan sama ada **selang tempoh ribut** dan **keamatan ribut** itu bergantung di antara satu sama lain atau tidak;

*Please explain whether the storm duration interval and the high intensity of the storm are depending each other or not;*

- (iv) Dapatkan fungsi korelasi dan kovarians di antara **selang tempoh ribut** dan **keamatannya** di angkasa, dan

*Find the correlation and covariance functions of the storm duration interval and the high intensity of the storm in space; and*

- (v) Katakan  $A$  ialah peristiwa **selang tempoh ribut** kurang daripada lima dan **keamatan ribut** kurang daripada 3, tentukan kebarangkalian  $A$  berlaku.

*Let  $A$  be the event that the storm duration interval is less than 5 and the high density of the storm is less than 3, determine the probability of  $A$ .*

**(14 markah/marks)**

3. (a) (i) Jika  $X(t)$  ialah satu proses rawak pegun secara meluas, nyatakan dua syarat yang perlu dipenuhi oleh  $X(t)$ .

*If  $X(t)$  is a wide-sense stationary random process, please state two conditions of  $X(t)$  to be a wide-sense stationary process.*

- (ii) Nyatakan dua sifat fungsi autokorelasi,  $R(\tau)$  bagi satu process rawak pegun,  $X(t)$ .

*Please state two properties of the autocorrelation function,  $R(\tau)$  of stationary random process,  $X(t)$ .*

**(6 markah/marks)**

- (b) Katakan  $X(t) = A \sin(\omega t + \theta)$  ialah satu proses rawak dengan  $A$  dan  $\theta$  adalah dua pembolehubah rawak bebas dan  $\omega$  adalah malar. Pembolehubah rawak  $A$  tertabur secara seragam dari 0 ke 10 manakala  $\theta$  adalah pembolehubah rawak tertabur secara seragam dari 0 ke  $\pi$ .

*Let  $X(t) = A \sin(\omega t + \theta)$  is a random process with  $A$  and  $\theta$  are two independent random variables and  $\omega$  is a constant. The random variable  $A$  is uniformly distributed from 0 to 10 and a random variable  $\theta$  is uniformly distributed between 0 to  $\pi$ .*

- (i) Tunjukkan sama ada  $X(t)$  itu adalah satu proses rawak pegun secara meluas atau tidak?

*Show that whether  $X(t)$  is the wide-sense stationary random process or not.*

- (ii) Tentukan juga, apakah fungsi autokorelasi proses rawak tersebut?

*Also determine, what is the autocorrelation function of the process?*

**(14 markah/marks)**

4. (a) Katakan  $X(t)$  ialah satu proses rawak selanjar dalam satu sistem operasi kejuruteraan dengan fungsi kebarangkalian  $f(X(t))$ . Berikan takrifan yang berikut:

*Let  $X(t)$  is a continuous random process in an operational engineering system with the probability function  $f(X(t))$ . Please define the following:*

- (i) min bagi  $X(t)$ ; dan

*the mean of  $X(t)$ ; and*

- (ii) korelasi bagi  $X(t)$  pada  $t = r$  dan  $t = s$ .

*the correlation of  $X(t)$  at  $t = r$  and  $t = s$ .*

**(6 markah/marks)**

- (b) Katakan  $X(t) = A \sin(\omega t)$  ialah satu proses rawak dengan  $\omega$  adalah malar dan  $A$  ialah pembolehubah rawak tertabur secara seragam dari 0 ke 5.

*Let  $X(t) = A \sin(\omega t)$  is a random process with  $\omega$  is a constant and  $A$  is a random variable which is uniformly distributed between 0 to 5.*

Tentukan:

*Find:*

- (i) min;

*the mean;*

- (ii) korelasi;

*the correlation;*

- (iii) kovarians; dan

*the covariance; and*

- (iv) pekali korelasi

*the correlation coefficient*

bagi proses rawak tersebut.

*of the random process.*

**(14 markah/marks)**

5. (a) Jika  $X(t)$  ialah proses rawak diskrit yang dikenali sebagai proses Markov, nyatakan takrifan bagi proses tersebut.

*If  $X(t)$  is a discrete random process which is known as a Markov Process, please state the definition of the process.*

**(6 markah/marks)**

- (b) Katakan sistem komunikasi sebuah satelit komunikasi adalah mengikut proses Markov dengan  $r$  menunjukkan isyarat mesej diterima dari stesen bumi,  $s$  menunjukkan isyarat mesej dihantar ke stesen bumi dan  $w$  menunjukkan isyarat sedang menunggu mesej dari stesen bumi. Jika pada masa  $t$ , sistem komunikasi berada dalam keadaan  $r$  atau  $s$ , maka pada masa  $t + 1$ , sistem itu akan berada pada keadaan yang sama dengan kebarangkalian yang sama tetapi tidak mungkin berada pada keadaan  $w$ . Bagaimanapun, jika pada masa  $t$ , sistem komunikasi berada pada keadaan  $w$ , maka pada masa  $t + 1$ , sistem itu akan berada pada keadaan  $r$  atau  $s$  dengan kebarangkalian  $0.3$  dan berada pada keadaan  $w$  dengan kebarangkalian  $0.4$ .

*Let a communication system of the communication satellite is follow the Markov process with  $r$  denote the receive message signal from the earth station,  $s$  denote the sending message signal to the earth station and  $w$  denote the waiting message signal from the earth station. If at time  $t$ , the communication system is in the state  $r$  or  $s$ , then at time  $t + 1$ , the system will be in the same state with the same probability but it is impossible in the state  $w$ . However, if at time  $t$ , the communication system is in the state  $w$ , then at time  $t + 1$ , the system will be in the state  $r$  or  $s$  with the probability  $0.3$  and will be in the state  $w$  with the probability  $0.4$ .*

- (i) Tulis matriks peralihan bagi sistem komunikasi satelit itu;

*Write the transition matrix of the communication system of the satellite;*

- (ii) Jika pada satu masa tertentu, sistem itu berada pada keadaan  $(0.3, 0.5, 0.2)$ , apakah kebarangkalian sistem itu berada pada keadaan mesej diterima dari stesen bumi selepas masa  $t=3$ ; dan

*If at the certain time, the initially positioned with probabilities  $(0.3, 0.5, 0.2)$ , what is the probability the system will be in the state receive message signal from the earth station after time  $t = 3$ ; and*

- (iii) Tentukan taburan keseimbangan bagi proses sistem komunikasi satelit tersebut.

*Find the equilibrium distribution of the communication system of the satellite.*

**(14 markah/marks)**



6. (a) Katakan  $P_{ij}$  ialah matriks peralihan yang menyatakan kebarangkalian peralihan dari keadaan  $i$  ke keadaan  $j$  dalam satu langkah. Berikan dua sifat bagi matriks peralihan tersebut.

*Let  $P_{ij}$  is a transition matrix of probability of moving from state  $i$  to state  $j$  with one step. Please give two properties of the transition matrix.*

**(6 markah/marks)**

- (b) Daripada analisis data yang diperolehi dari Jabatan Kaji Cuaca Malaysia sepanjang tahun 2004 yang lalu, didapati kebarangkalian peralihan cuaca dalam keadaan panas, hujan dan berjerebu secara bulanan bermula dari Januari 2004 hingga Disember 2004 diberi oleh matriks peralihan yang berikut:

*From the data analysis that we get from Malaysia Weather Forecast Department over the year 2004 from January to December, we have the probability that weather has change from sunny, rainy and hazy is given by the transition matrix below:*

	Panas/Sunny	Hujan/Rainy	Berjerebu/Hazy
Panas/Sunny	0.4	0.4	0.2
Hujan/Rainy	0.3	0.4	0.3
Berjerebu/Hazy	0.1	0.4	0.5

Jika sekiranya pada tahun 2005 ini, matriks peralihan di atas masih boleh digunakan dan katakan pada hari pertama tahun baru 2005, keadaan cuaca pada hari itu adalah panas.

*If the transition matrix is still valid in this year, 2005 and let say that on the first day of the new year 2005 it was sunny.*

- (i) Apakah kebarangkalian keadaan cuaca pada hari pertama bulan April 2005 adalah berjerebu?

*What is the probability that it was hazy on the first day of April 2005?*

- (ii) Tentukan taburan keseimbangan bagi proses peralihan cuaca tersebut.

*Find the equilibrium distribution of the above weather transition process.*

**(14 markah/marks)**